

Д.Н. Лапаев

СИСТЕМА МЕТОДОВ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО И МНОГОПРОЕКЦИОННОГО ВЫБОРА В ЭКОНОМИКЕ

Нижегородский государственный технический
университет им. Р.Е. Алексеева
Нижний Новгород, Россия

Изложена систематизация методов многокритериального и многопроекционного выбора согласно структурно-проекционному подходу. Рассмотрена взаимосвязь семи методов и приведены некоторые типовые примеры их реализации. В состав системы входят структурные методы – метод ранжирования и метод кластеризации, которые являются основными и нацелены на выявление иерархической структуры сравниваемых систем. Существенное место также занимают три метода многопроекционной оптимизации, обеспечивающих принятие решений по совокупности проекций: основной метод анализ-синтез и два дополнительных – метод исключения проекций и метод главной проекции. Последний реализует переход к многокритериальному выбору, а его предшественник – метод главного показателя – приводит к однокритериальной постановке. Замыкает систему дополнительный метод совмещения структур, учитывающий позиции различных стейкхолдеров. Представленная система методов позволит сформировать систему моделей многокритериального и многопроекционного выбора для исследования состояния широкого спектра экономических систем по ретроспективным, текущим либо прогнозным/плановым данным на разных уровнях управления экономикой при решении актуальных задач анализа устойчивости, безопасности, инновационности и эффективности различными заинтересованными сторонами: представителями государственными, региональными и муниципальными структур, собственниками, менеджерами, инвесторами, кредиторами и иными участниками экономических отношений.

Ключевые слова: экономическая система; многокритериальная оптимизация; многопроекционный выбор; система методов; метод ранжирования; метод кластеризации; метод анализ-синтез; метод совмещения структур.

Введение

Сравнительному анализу экономических систем и их структурированию по мере оптимизации совокупности показателей либо их групп (проекций) всегда придавалось важное значение в науке и практике. При этом сопоставлению подлежат системы как объектного, так и проектного типов на тех или иных уровнях управления экономикой. За проведением таких исследований стоят различные заинтересованные стороны (стейкхолдеры): представители профильных государственных, региональных и

муниципальных органов, собственники, менеджеры, инвесторы, кредиторы и иные участники экономических отношений. Состав и содержание профильных методов многокритериального и многопроеекционного выбора в экономике известны. В данной статье систематизируем указанные методы, руководствуясь структурно-проеекционным подходом, а также рассмотрим взаимосвязь методов и некоторые типовые примеры их реализации.

Основная часть

Теоретико-методологическим базисом систематизации методов выступает *структурно-проеекционный подход* [1], нацеленный на выявление иерархической структуры сравниваемых систем: ранговой (в многокритериальной) и кластерной (в многопроеекционной) постановках (рис. 1).

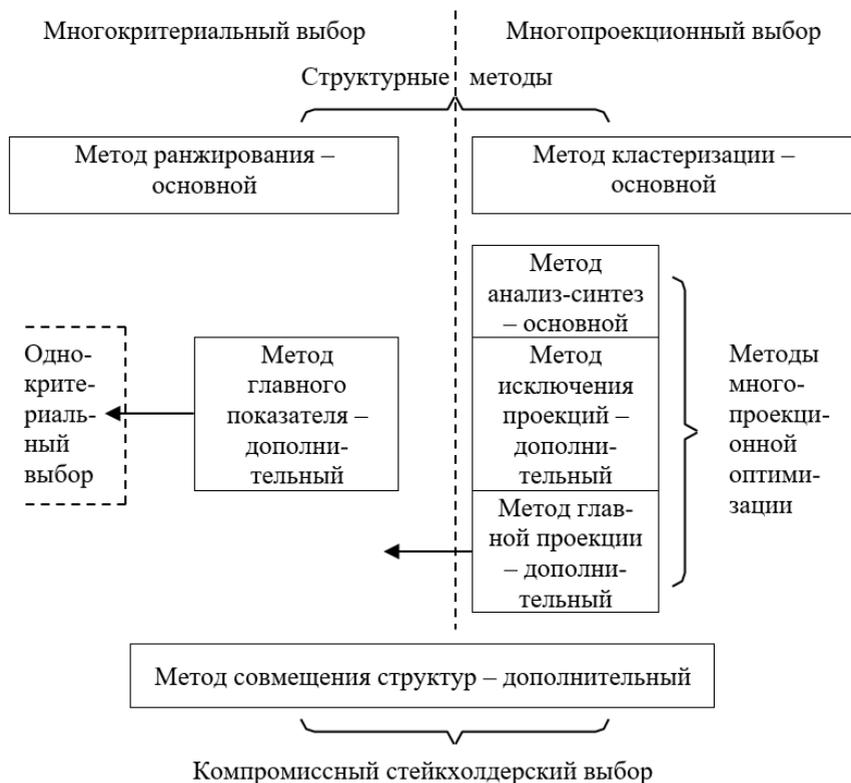


Рис. 1. Система методов многокритериального и многопроеекционного выбора

В верхней части системы приведены структурные методы – *метод ранжирования* [2] и *метод кластеризации* [3], которые являются основ-

ными. В середине рисунка в правой части расположены *методы многопроекционной оптимизации*, обеспечивающие принятие решений при использовании нескольких групп показателей (проекций). Их три: основной (*метод анализ-синтез*) и два дополнительных (*метод исключения проекций* и *метод главной проекции*) [4], [5]. Последний метод обеспечивает переход к многокритериальному выбору. В середине рисунка слева представлен его предшественник – *метод главного показателя*, приводящий к однокритериальной постановке [6], [7]. Замыкает систему дополнительный *метод совмещения структур* [8], учитывающий позиции различных заинтересованных сторон. Итого – семь методов.

Изначально рассмотрим пример выделения ранговой структуры согласно *методу ранжирования* [2] при исследовании состояния экономических систем с номерами 1-10 по трем показателям в восьми возможных комбинациях оптимизации показателей.

Построение эффективного множества начнем с формирования сортированного массива. Для этого упорядочим по мере возрастания значений показателей номера сравниваемых экономических систем. Здесь и далее это могут быть ретроспективные, текущие либо прогнозные/плановые данные.

Ситуация 1 – максимизация показателей, итерация 1 [2]:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{7} & \mathbf{10} & 1 & 3 & 5 & 8 & 2 & 9 & 4 & \mathbf{6} \\ 3 & 5 & 2 & 9 & 4 & \mathbf{10} & 1 & 8 & \mathbf{6} & \mathbf{7} \\ 1 & \mathbf{7} & 9 & 3 & 8 & \mathbf{6} & 4 & 5 & 2 & \mathbf{10} \end{pmatrix}.$$

В массиве эффективные (оптимальные по Парето [6], [7]) варианты 6, 7 и 10 расположены в крайней правой позиции (выделены жирным шрифтом). Альтернатива 6 доминирует лежащие слева от нее варианты 1, 3, 8 и 9. Недоминируемые экономические системы 2, 4 и 5 образуют остаток [2].

Итерация 2:

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 4 \\ \mathbf{4} & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Среди них эффективны варианты 4 и 2, причем последний доминирует оставшуюся альтернативу 5. По итогам двух итераций получим $M_{эф} = \{2, 4, 6, 7, 10\}$.

Для построения второго ранга предстоит сопоставить системы 1, 3, 5, 8 и 9:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 8 & 9 \\ 3 & 5 & 9 & 1 & 8 \\ 1 & 9 & 3 & 8 & 5 \end{pmatrix}.$$

Здесь эффективны варианты 9, 8 и 5. Альтернатива 8 доминирует оставшиеся варианты 1 и 3. Получим множество систем второго ранга $M_{2p} = \{5, 8, 9\}$. Взаимно несравнимые альтернативы 1 и 3 образуют заключительный третий ранг $M_{3p} = \{1, 3\}$ [2].

Структура включает три ранга: первый ранг (протоструктура) содержит 5 экономических систем, второй – 3 и третий – 2.

Ситуация 2 – min, min, max. В первой и второй строках порядок следования номеров меняем на обратный:

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 & 9 & 2 & 8 & 5 & 3 & 1 & 10 & 7 \\ 7 & 6 & 8 & 1 & 10 & 4 & 9 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 7 & 9 & 3 & 8 & 6 & 4 & 5 & 2 & 10 \end{pmatrix}.$$

Находим $M_{эф} = \{2, 3, 5, 7, 10\}$, $M_{2p} = \{1, 4, 8, 9\}$ и $M_{3p} = \{6\}$ [2]. Структура объединяет три ранга: первый ранг включает 5 экономических систем, второй – 4, а третий – 1.

Ситуация 3 – min, max, max:

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 & 9 & 2 & 8 & 5 & 3 & 1 & 10 & 7 \\ 3 & 5 & 2 & 9 & 4 & 10 & 1 & 8 & 6 & 7 \\ 1 & 7 & 9 & 3 & 8 & 6 & 4 & 5 & 2 & 10 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M_{эф} = \{6, 7, 8, 10\}$ и $M_{2p} = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$ [2]. Структура объединяет два ранга: первый ранг включает 4 экономические системы, а второй – 6.

Ситуация 4 – max, min, max:

$$\begin{pmatrix} 7 & 10 & 1 & 3 & 5 & 8 & 2 & 9 & 4 & 6 \\ 7 & 6 & 8 & 1 & 10 & 4 & 9 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 7 & 9 & 3 & 8 & 6 & 4 & 5 & 2 & 10 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M_{эф} = \{2, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$, $M_{2p} = \{1, 8\}$ и $M_{3p} = \{7\}$ [2]. Структура объединяет два ранга: первый ранг включает 7 экономических систем, второй – 3, а третий – 1.

Ситуация 5 – max, max, min:

$$\begin{pmatrix} 7 & 10 & 1 & 3 & 5 & 8 & 2 & 9 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 9 & 4 & 10 & 1 & 8 & 6 & 7 \\ 10 & 2 & 5 & 4 & 6 & 8 & 3 & 9 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M_{эф} = \{1, 6, 7, 8, 9\}$, $M_{2p} = \{3, 4, 10\}$ и $M_{3p} = \{2, 5\}$ [2]. Структура объединяет два ранга: первый ранг включает 5 экономических систем, второй – 3, а третий – 2.

Ситуация 6 – min, min, min:

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 & 9 & 2 & 8 & 5 & 3 & 1 & 10 & 7 \\ 7 & 6 & 8 & 1 & 10 & 4 & 9 & 2 & 5 & 3 \\ 10 & 2 & 5 & 4 & 6 & 8 & 3 & 9 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M_{эф} = \{1, 3, 7, 9, 10\}$, $M_{2р} = \{4, 5, 8\}$ и $M_{3р} = \{2, 6\}$ [2]. Структура объединяет два ранга: первый ранг включает 5 экономических систем, второй – 3, а третий – 2.

Ситуация 7 – min, max, min:

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 & 9 & 2 & 8 & 5 & 3 & 1 & 10 & 7 \\ 3 & 5 & 2 & 9 & 4 & 10 & 1 & 8 & 6 & 7 \\ 10 & 2 & 5 & 4 & 6 & 8 & 3 & 9 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M_{эф} = \{1, 7\}$, $M_{2р} = \{3, 5, 6, 8, 9, 10\}$ и $M_{3р} = \{2, 4\}$ [2]. Структура объединяет два ранга: первый и третий ранги включают по 2 экономические системы, в второй – 6.

Ситуация 8 – max, min, min:

$$\begin{pmatrix} 7 & 10 & 1 & 3 & 5 & 8 & 2 & 9 & 4 & 6 \\ 7 & 6 & 8 & 1 & 10 & 4 & 9 & 2 & 5 & 3 \\ 10 & 2 & 5 & 4 & 6 & 8 & 3 & 9 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M_{эф} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$ и $M_{2р} = \{7, 8, 10\}$ [2]. Структура объединяет два ранга: первый ранг включает 7 экономических систем, а второй – 3.

Таким образом, во всех восьми ситуациях эффективное множество включает две и более альтернативы.

Для поиска единственного (точечного) решения можно воспользоваться методом выделения главного показателя [6], [7]. Так, в ситуации 8 при принятии главным первого показателя получим $M_T = \{6\}$, второго – $M_T = \{3\}$ и третьего – $M_T = \{1\}$.

Как отмечалось ранее, *основным* методом многопроекционного выбора является *метод совместной оптимизации проекций (метод анализ-синтез)* [4], [5]. В соответствии с ним, многопроекционное решение в форме кластера получают, пересекая оптимальные множеств $M_{\text{опт}}^i$ всех I проекций:

$$M_{\text{опт}} = \bigcap_{i=1}^I M_{\text{опт}}^i \quad (1).$$

Для пояснения сущности метода рассмотрим пример синтеза первого кластера (протоструктуры) при исследовании состояния экономических систем под номерами 1-10 по пяти трехкритериальным проекциям на базе паретовских множеств. Анализ начнем с формирования сортированных массивов. Для этого упорядочим по мере возрастания эффективности номера сравниваемых экономических систем [3].

Кластер 1, проекция 1:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{9} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & 10 & 7 & 4 & 6 & \mathbf{8} & 5 & \mathbf{1} \\ 10 & 6 & \mathbf{8} & 4 & 7 & 5 & \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{2} & \mathbf{9} \\ 5 & 10 & 4 & 6 & 7 & \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{8} & \mathbf{9} \end{pmatrix}.$$

Множество эффективных экономических систем в первой проекции – $M^1_{эф} = \{1, 2, 3, 8, 9\}$ (выделены жирным шрифтом) [3].

Кластер 1, проекция 2:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{9} & \mathbf{6} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{1} & 10 & 7 & \mathbf{2} & \mathbf{8} & \mathbf{5} \\ \mathbf{3} & 10 & \mathbf{5} & \mathbf{8} & \mathbf{2} & \mathbf{9} & \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{7} & \mathbf{6} \\ \mathbf{6} & 10 & \mathbf{7} & \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{5} & \mathbf{1} & \mathbf{9} & \mathbf{8} & \mathbf{3} \end{pmatrix}.$$

Решение: $M^2_{эф} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ [3].

Кластер 1, проекция 3:

$$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & \mathbf{1} & \mathbf{2} & 4 & 10 & \mathbf{3} & 9 & \mathbf{8} \\ \mathbf{3} & 6 & \mathbf{2} & 4 & 10 & 5 & 7 & 9 & \mathbf{8} & \mathbf{1} \\ 6 & \mathbf{1} & 5 & 7 & 10 & 9 & 4 & \mathbf{8} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \end{pmatrix}.$$

Решение: $M^3_{эф} = \{1, 2, 3, 8\}$ [3].

Кластер 1, проекция 4:

$$\begin{pmatrix} 8 & 9 & 5 & \mathbf{1} & \mathbf{2} & 6 & 7 & \mathbf{3} & \mathbf{10} & \mathbf{4} \\ 9 & 7 & 8 & 5 & \mathbf{3} & 6 & \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{10} \\ 9 & 8 & 6 & 7 & \mathbf{4} & \mathbf{10} & \mathbf{2} & 5 & \mathbf{1} & \mathbf{3} \end{pmatrix}.$$

Решение: $M^4_{эф} = \{1, 2, 3, 4, 10\}$ [3].

Кластер 1, проекция 5:

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 8 & 10 & 9 & 7 & 1 & 2 & 4 & \mathbf{3} \\ 7 & 5 & 6 & 10 & 4 & 8 & 9 & 1 & 2 & \mathbf{3} \\ 4 & 1 & 2 & 9 & 10 & 5 & 8 & 6 & 7 & \mathbf{3} \end{pmatrix}.$$

Решение: $M^5_{эф} = \{3\}$.

Путем пересечения эффективных множеств проекций находим первый кластер (протоструктуру) $M_{\text{КЛ}} = \{1, 2, 3, 8, 9\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \cap \{1, 2, 3, 8\} \cap \{1, 2, 3, 4, 10\} \cap \{3\} = \{3\}$ [3].

Далее предстоит рассмотреть *дополнительные* методы многопроекционного выбора: *метод исключения проекций* и *метод главной проекции* [4], [5]. Метод исключения проекций описывается той же формулой (1), только с изъятием части проекций, которые наименее важны при принятии решения. В предельном случае он приведет к единственной главной проекции. Если в нашем пятипроекционном примере по некоторым научным и/или практическим основаниям не рассматривать проекции 4 и 5, то базе первых трех получим ответ в виде: $M_{\text{КЛ}} = \{1, 2, 3, 8, 9\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \cap \{1, 2, 3, 8\} = \{1, 2, 3, 8\}$. При принятии за главную пятой проекции

имеем точечное решение $M_{1p} = \{3\}$, а четвертой – эффективное $M_{1p} = \{1, 2, 3, 4, 10\}$.

Классическая формула многопроеционного выбора востребована и при сквозном анализе кластерной структуры сравниваемых экономических систем в рамках *метода кластеризации* [3], который обеспечивает частичное или сплошное многопроеционное структурирование сопоставляемых альтернатив по мере последовательного построения кластеров.

Если продолжить исходный пятипроеционный пример далее, то нетрудно получить следующие иерархические решения [3]. Второй кластер – $M_{2кл} = \{1, 2, 8, 9\} \cap \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \cap \{1, 2, 8\} \cap \{1, 2, 4, 10\} \cap \{2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} = \{2\}$. Третий кластер – $M_{3кл} = \{1, 8, 9\} \cap \{1, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \cap \{1, 8\} \cap \{1, 4, 10\} \cap \{1, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} = \{1\}$.

Разбирая метод кластеризации, детально остановимся на четвертом кластере, так как здесь реализуется квазиэффективный выбор. Сравнению подлежат оставшиеся экономические системы 4-10 [3].

Кластер 4, проекция 1:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{9} & 10 & \mathbf{7} & \mathbf{4} & 6 & \mathbf{8} & \mathbf{5} \\ 10 & 6 & \mathbf{8} & \mathbf{4} & 7 & \mathbf{5} & \mathbf{9} \\ \mathbf{5} & 10 & \mathbf{4} & 6 & 7 & \mathbf{8} & \mathbf{9} \end{pmatrix}.$$

Решение: $M_{эф}^1 = \{4, 5, 7, 8, 9\}$ [3].

Кластер 4, проекция 2:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{9} & \mathbf{6} & \mathbf{4} & 10 & 7 & \mathbf{8} & \mathbf{5} \\ 10 & \mathbf{5} & \mathbf{8} & \mathbf{9} & 4 & 7 & \mathbf{6} \\ \mathbf{6} & 10 & 7 & \mathbf{4} & 5 & 9 & \mathbf{8} \end{pmatrix}.$$

Решение: $M_{эф}^2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ [3].

Кластер 4, проекция 3:

$$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & 4 & 10 & 9 & \mathbf{8} \\ 6 & 4 & 10 & 5 & 7 & 9 & \mathbf{8} \\ 6 & 5 & 7 & 10 & 9 & 4 & \mathbf{8} \end{pmatrix}.$$

Решение: $M_{эф}^3 = \{8\}$ [3].

Кластер 4, проекция 4:

$$\begin{pmatrix} 8 & 9 & \mathbf{5} & 6 & 7 & \mathbf{10} & \mathbf{4} \\ 9 & 7 & 8 & \mathbf{5} & 6 & \mathbf{4} & \mathbf{10} \\ 9 & 8 & 6 & 7 & \mathbf{4} & \mathbf{10} & \mathbf{5} \end{pmatrix}.$$

Решение: $M_{эф}^4 = \{4, 5, 10\}$ [3].

Кластер 4, проекция 5:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{6} & 5 & \mathbf{8} & \mathbf{10} & \mathbf{9} & \mathbf{7} & \mathbf{4} \\ \mathbf{7} & 5 & \mathbf{6} & \mathbf{10} & \mathbf{4} & \mathbf{8} & \mathbf{9} \\ \mathbf{4} & \mathbf{9} & \mathbf{10} & 5 & \mathbf{8} & \mathbf{6} & \mathbf{7} \end{pmatrix}.$$

Решение: $M_{эф}^5 = \{4, 6, 7, 8, 9, 10\}$ [3].

На основе паретовских множеств четвертый кластер не синтезирован: $M_{4КЛ} = \{4, 5, 7, 8, 9\} \cap \{4, 5, 6, 7, 8, 9\} \cap \{8\} \cap \{4, 5, 10\} \cap \{4, 6, 7, 8, 9, 10\} = \emptyset$. Следуя методу кластеризации, обращаемся ко вторым рангам.

В первой проекции система 6 доминирует вариант 10. Тогда множество квазиэффективных альтернатив как объединенное множество первого и второго рангов примет вид $M_{кэф}^1 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ [3].

Во второй проекции примыкаем остаток в виде системы 10, имеем множество квазиэффективных вариантов $M_{кэф}^2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Аналогично $M_{кэф}^5 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ [3].

Проекция 3, ранг 2:

$$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & \mathbf{4} & 10 & \mathbf{9} \\ 6 & \mathbf{4} & 10 & 5 & 7 & \mathbf{9} \\ 6 & 5 & 7 & 10 & \mathbf{9} & \mathbf{4} \end{pmatrix}.$$

Здесь $M_{2р}^3 = \{4, 9\}$ и $M_{кэф}^3 = \{4, 8, 9\}$ [3].

Проекция 4, ранг 2:

$$\begin{pmatrix} 8 & 9 & \mathbf{6} & \mathbf{7} \\ 9 & \mathbf{7} & 8 & \mathbf{6} \\ 9 & 8 & \mathbf{6} & \mathbf{7} \end{pmatrix}.$$

$M_{2р}^4 = \{6, 7\}$ и $M_{кэф}^4 = \{4, 5, 6, 7, 10\}$ [3].

Имеем четвертый квазикластер: $M_{4КВ} = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\} \cap \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \cap \{4, 8, 9\} \cap \{4, 5, 6, 7, 10\} \cap \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = \{4\}$. В итоге кластерная структура частично сформирована, дальнейшие действия ясны.

Завершает систему методов дополнительный *метод совмещения структур* [8]. Классическая формула (1) многопроекционного принятия решений для осуществления стейкхолдерского выбора преобразуется к виду:

$$M_{вп} = \bigcap_{l=1}^L Ml_{опт} \quad (2),$$

где $M_{вп}$ – взаимоприемлемое решение заинтересованных сторон, а $Ml_{опт}$ – их индивидуальные решения.

В многокритериальной постановке стейкхолдеры оперируют ранговыми, а в многопроекционной – кластерными структурами. В качестве индивидуальных решений $Ml_{опт}$ могут выступать прото-, квази- или полные структуры [8]. Приведем примеры реализации данного метода.

Положим, что позиция первого стейкхолдера выражена четырьмя сортированными массивами, где экономические системы построены по мере роста эффективности. Считаем паретовские множества проекций известными [8].

Первая проекция:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 9 & 5 & 1 & 7 & 10 & 3 & 8 & 6 \\ 10 & 6 & 5 & 1 & 2 & 4 & 9 & 3 & 7 & 8 \\ 8 & 6 & 3 & 10 & 2 & 7 & 1 & 4 & 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M1^1_{эф} = \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ [8].

Вторая проекция:

$$\begin{pmatrix} 10 & 8 & 1 & 7 & 9 & 3 & 4 & 6 & 5 & 2 \\ 6 & 5 & 2 & 3 & 1 & 7 & 4 & 8 & 9 & 10 \\ 7 & 2 & 4 & 8 & 10 & 1 & 5 & 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M1^2_{эф} = \{2, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$ [8].

Третья проекция:

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 8 & 7 & 10 & 1 & 5 & 3 & 4 & 9 \\ 7 & 8 & 10 & 6 & 4 & 9 & 3 & 1 & 2 & 5 \\ 10 & 6 & 2 & 7 & 1 & 5 & 3 & 8 & 9 & 4 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M1^3_{эф} = \{3, 4, 5, 9\}$ [8].

Четвертая проекция:

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 & 10 & 1 & 5 & 9 & 3 & 8 & 7 \\ 8 & 6 & 9 & 10 & 4 & 2 & 1 & 7 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 6 & 7 & 9 & 4 & 2 & 8 & 10 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M1^4_{эф} = \{1, 3, 5, 7, 8, 9\}$ [8].

Синтезируем четырехпроекционное эффективное решение (прото-структуру) первой стороны: $M1_{эф} = \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 9, 10\} \cap \{3, 4, 5, 9\} \cap \{1, 3, 5, 7, 8, 9\} = \{3, 5, 9\}$.

Второй стейкхолдер задействует три массива. Первая проекция:

$$\begin{pmatrix} 7 & 10 & 1 & 3 & 5 & 8 & 2 & 9 & 4 & 6 \\ 7 & 6 & 8 & 1 & 10 & 4 & 9 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 7 & 9 & 3 & 8 & 6 & 4 & 5 & 2 & 10 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M2^1_{эф} = \{2, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$ [8].

Вторая проекция:

$$\begin{pmatrix} 6 & 1 & 8 & 9 & 3 & 2 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ 6 & 1 & 7 & 10 & 9 & 3 & 2 & 8 & 5 & 4 \\ 9 & 10 & 5 & 7 & 4 & 3 & 2 & 6 & 8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M2^2_{эф} = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$ [8].

Третья проекция:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 10 & 9 & 7 & 8 & 4 & 6 & 2 & 5 \\ 9 & 7 & 6 & 4 & 3 & 1 & 8 & 10 & 5 & 2 \\ 10 & 8 & 6 & 7 & 4 & 9 & 1 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решение: $M2_{эф}^3 = \{2, 5\}$ [8]. Здесь трехпроекционное решение второй стороны: $M2_{эф} = \{2, 3, 4, 5, 6, 9, 10\} \cap \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\} \cap \{2, 5\} = \{2, 5\}$.

Формируем взаимоприемлемое эффективное решение стейкхолдеров – $Mвп_{эф} = \{3, 5, 9\} \cap \{2, 5\} = \{5\}$.

Выводы

Представленная система методов позволит сформировать систему моделей многокритериального и многопроекционного выбора для исследования состояния широкого спектра экономических систем на разных эшелонах управления при решении актуальных задач анализа устойчивости [9], безопасности [10-12], инновационности [13, 14] и эффективности [15] по ретроспективным, текущим либо прогнозным/плановым данным. Она востребована различными заинтересованными сторонами: представителями государственных, региональных и муниципальных структур, собственниками, менеджерами, инвесторами, кредиторами и иными участниками экономических отношений.

© Лапаев Д.Н., 2025

Поступила в редакцию 04.04.2025

Принята к публикации 21.05.2025

Библиографический список

- [1] Лапаев Д.Н. Структурно-проекционный подход к исследованию экономических систем // Экономическая безопасность. 2025. Т. 8. № 2. С. 411-430.
- [2] Лапаев Д.Н. Метод многокритериального ранжирования экономических систем // Экономическая безопасность. 2024. Т. 7. № 8. С. 2085-2104.
- [3] Лапаев Д.Н. Метод многопроекционной кластеризации экономических систем // Экономика, предпринимательство и право. 2024. Т. 14. № 9. С. 4813-4826.
- [4] Лапаева О.Н. Многопроекционная оценка состояния промышленных экономических систем: монография. Нижний Новгород: НГТУ, 2018. 371 с.
- [5] Лапаева О.Н. Многопроекционная сравнительная оценка альтернатив в экономике: монография. Нижний Новгород: НГТУ, 2017. 210 с.
- [6] Лапаев Д.Н. Многокритериальное принятие решений в экономике: монография. Нижний Новгород: ВГИПУ, 2010. 362 с.
- [7] Лапаев Д.Н. Многокритериальное принятие решений в экономике: монография. 2-е изд. Нижний Новгород: НГТУ, 2016. 281 с.
- [8] Лапаев Д.Н. Метод совмещения структур для исследования экономических систем заинтересованными сторонами // Креативная экономика. 2024. Т. 18. № 9. С. 2153-2174.

- [9] Лапаев Д.Н., Лапаева О.Н., Поташник Я.С. Многопроекционная оценка устойчивости регионов Сибирского федерального округа // Развитие и безопасность. 2024. № 2. С. 90-99.
- [10] Аленкова И.В., Лапаева О.Н. Безопасность регионов Центрального федерального округа в экономико-инновационном аспекте // Развитие и безопасность. 2023. № 1 (17). С. 74-83.
- [11] Лапаев Д.Н., Лапаева О.Н., Поташник Я.С. Безопасность обрабатывающих производств Владимирской области в экономико-инновационном аспекте // Экономика, предпринимательство и право. 2023. Т. 13. № 8. С. 3005-3018.
- [12] Лапаев Д.Н. Безопасность регионов Приволжского федерального округа в экономико-инновационном аспекте // Экономическая безопасность. 2023. Т. 6. № 1. С. 291-314.
- [13] Инновационное развитие промышленных комплексов в регионе: монография / Г.А. Морозова, В.А. Мальцев, К.В. Мальцев, Д.Н. Лапаев. Нижний Новгород: ВВАГС, 2010. 160 с.
- [14] Инструментарий оценки инновационной деятельности регионов: многокритериальный анализ методом Парето / С.Н. Митяков, Е.С. Митяков, Д.Н. Лапаев, Г.Н. Яковлева // Инновации. 2021. № 2 (268). С. 77-82.
- [15] Управление диверсификацией производства на предприятиях оборонно-промышленного комплекса: монография / Под. ред. А.М. Батьковского. М.: ОнтоПринт, 2021. 344 с.

D.N. Lapaev

SYSTEM OF METHODS OF MULTICRITERIAL AND MULTI-PROJECTION CHOICE IN ECONOMICS

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev
Nizhny Novgorod, Russia

Abstract. The article presents systematization of methods of multi-criteria and multi-projection selection according to the structural-projection approach. The relationship of seven methods is considered and some typical examples of their implementation are given. The system includes structural methods – the ranking method and the clustering method, which are the main ones and are aimed at identifying the hierarchical structure of the compared systems. The important place is also occupied by the methods of multi-projection optimization, providing decision-making based on a set of projections. There are three of them: the main method of analysis-synthesis and two additional ones – the projection exclusion method and the main projection method. The latter method implements the transition to multi-criteria selection, and its predecessor – the main indicator method – leads to a single-criterion statement. The system is closed by an additional method of combining structures, taking into account the positions of various stakeholders. The presented system of methods will allow to form a system of models of multi-criteria and multi-projection choice for studying the state of a wide range of economic systems based on retrospective, current or forecast/planned data at different levels of economic management when solving urgent problems of analyzing sustainability, security, innovation and efficiency by various interested parties: representatives of state, re-

gional and municipal structures, owners, managers, investors, creditors and other participants in economic relations.

Keywords: economic system; multi-criteria optimization; multi-projection choice; system of methods; ranking method; clustering method; analysis-synthesis method; method of combining structures.

References

- [1] Lapaev D.N. Structural-projection approach to the study of economic systems // *Economic security*. – 2025. – Vol. 8. – No. 2. – P. 2085-2104.
- [2] Lapaev D.N. Method of multi-criteria ranking of economic systems // *Economic security*. – 2024. – Vol. 7. – No. 8. – P. 2085-2104.
- [3] Lapaev D.N. Method of multi-projection clustering of economic systems // *Economy, entrepreneurship and law*. – 2024. – Vol. 14. – No. 9. – P. 4813-4826.
- [4] Lapaeva O.N. Multi-projection assessment of the state of industrial economic systems: monograph. – Nizhny Novgorod: Nizhegorod. state tech. R.E. Alekseev State Technical University, 2018. – 371 p.
- [5] Lapaeva O.N. Multi-projective comparative assessment of alternatives in economics: monograph. – Nizhny Novgorod: Nizhny Novgorod. R.E. Alekseev State Technical University, 2017. – 210 p.
- [6] Lapaev D.N. Multi-criteria decision-making in economics: monograph. – Nizhny Novgorod: Volzh. State Eng. and Pedagogical University, 2010. – 362 p.
- [7] Lapaev D.N. Multi-criteria decision-making in economics: monograph. 2nd ed. – Nizhny Novgorod: Nizhny Novgorod. R.E. Alekseev State Technical University, 2016. – 281 p.
- [8] Lapaev D.N. Method of combining structures for studying economic systems by stakeholders // *Creative Economy*. – 2024. – Vol. 18. – No. 9. – P. 2153-2174.
- [9] Lapaev D.N., Lapaeva O.N., Potashnik Ya.S. Multi-projection assessment of the sustainability of regions of the Siberian Federal District // *Development and Security*. – 2024. – No. 2. – P. 90-99.
- [10] Alenkova I.V., Lapaeva O.N. Security of regions of the Central Federal District in the economic and innovative aspect // *Development and Security*. – 2023. – No. 1 (17). – P. 74-83.
- [11] Lapaev D.N., Lapaeva O.N., Potashnik Ya.S. Safety of manufacturing industries in the Vladimir region in the economic and innovative aspect // *Economy, entrepreneurship and law*. – 2023. – Vol. 13. – No. 8. – P. 3005-3018.
- [12] Lapaev D.N. Safety of regions of the Volga Federal District in the economic and innovative aspect // *Economic security*. – 2023. – Vol. 6. – No. 1. – P. 291-314.
- [13] Innovative development of industrial complexes in the region: monograph / G.A. Morozova, V.A. Maltsev, K.V. Maltsev, D.N. Lapaev. – Nizhny Novgorod: Volga-Vyatka Academy of State Service, 2010. – 160 p.
- [14] Instrumentation for assessing regional innovation activities: multi-criteria analysis using the Pareto method / S.N. Mityakov, E.S. Mityakov, D.N. Lapaev, G.N. Yakovleva // *Innovations*. – 2021. – No. 2 (268). – P. 77-82.
- [15] Managing production diversification at defense industry enterprises: monograph / Ed. A.M. Batkovsky. – M.: OntoPrint, 2021. – 344 p.